

Avis de Soutenance

Monsieur Rémi BARRITault

Mathématiques

Soutiendra publiquement ses travaux de thèse intitulés
Sur les représentations unitaires de certains groupes de permutations localement Roelcke-précompacts.

Travaux dirigés par Monsieur Todor TSANKOV

Soutenance prévue le **mercredi 24 juin 2026** à 15h00

Lieu : Université Lyon 1, Bâtiment Braconnier - salle Fokko du Cloux au 21 avenue. Claude Bernard à Villeurbanne.

Composition du jury proposé

M. Todor TSANKOV	Professeur des universités	Université Lyon 1	Directeur de thèse
M. Hugh Dugald MACPHERSON	Professeur	Université de Leeds (Royaume-Unis)	Rapporteur
Mme Goulmara ARZHANTSEVA	Professeure	Université de Vienne (Autriche)	Examinatrice
Mme Indira CHATTERJI	Professeure des universités	Université Côte d'Azur	Examinatrice
M. François LE MAITRE	Professeur des universités	Université Bourgogne Europe	Examineur
M. Julien MELLERAY	Professeur des universités	Université Lyon 1	Examineur
M. Christian ROSENDAL	Université du Maryland (Etats-Unis)	Invité	

Mots-clés : Analyse Harmonique, Représentations Unitaires, Groupes de permutation, Théorie géométrique des groupes, Théorie des modèles

Résumé :

Cette thèse est consacrée à l'étude des représentations unitaires dans un cadre non-localement compact. Dans ce contexte, la première étape consiste à trouver des outils pour pallier l'absence de mesure de Haar. A cet effet, je m'intéresse tout particulièrement aux groupes de permutations. D'une part, contrairement à la classe plus générale des groupes polonais, ces groupes ont une théorie des représentations riche et moins pathologique. D'autre part, cela permet l'entrée en jeu de la théorie des modèles. En effet, le groupe des automorphismes d'une structure du premier ordre est un groupe de permutations, ce qui ouvre la voie à de nombreuses interactions. Les groupes de permutations dont les représentations sont les mieux comprises sont les groupes oligomorphes. Dans un premier temps, je montre que la théorie des représentations d'un tel groupe est suffisamment riche pour permettre de le reconstruire complètement. Plus précisément, j'adapte à ce

cadre la dualité de Tannaka-Krein, originellement développée pour les groupes compacts. Ensuite, un aspect central de mes travaux est la tâche de la classification des représentations unitaires d'un groupe donné. Dans un travail collaboratif, nous introduisons la notion de dissociation, inspirée du cas oligomorphe. Nous avons pu généraliser des théorèmes de classification et de rigidité des représentations unitaires aux groupes dissociés. Entre autres, nous avons classifié les représentations unitaires des groupes des isométries des espaces d'Urysohn. Nous étudions aussi les conséquences de la dissociation en théorie ergodique, où cette propriété admet une reformulation équivalente. Enfin, je définis un analogue des groupes universels de Burger-Mozes. Agissant sur l'arbre régulier de valence infinie dénombrable, ces groupes sont obtenus en prescrivant une action locale. Sous l'hypothèse que cette dernière est 2-transitive et oligomorphe, je classifie les représentations irréductibles des groupes universels.

Summary:

This thesis is devoted to the study of unitary representations in a non-locally-compact setting. In this context, the first step is to find alternative tools to cope with the lack of a Haar measure. To this end, I am particularly interested in permutation groups. On the one hand, unlike the more general class of Polish groups, these groups have a rich and less pathological representation theory. On the other hand, this allows model theory to come into play. Indeed, the automorphism group of a first-order structure is a permutation group, which opens the door to numerous interactions. The permutation groups whose representations are best understood are the oligomorphic groups. First, I show that the representation theory of such a group is sufficiently rich to allow for its complete reconstruction. More specifically, I adapt Tannaka-Krein duality, initially developed for compact groups, to this setting. Next, a central aspect of my work is the classification of the unitary representations of a given group. In a collaborative project, we introduce the notion of dissociation, inspired by the oligomorphic case. We have been able to generalize classification and rigidity theorems for unitary representations to dissociated groups. Among other things, we have classified the unitary representations of the isometry groups of Urysohn spaces. We are also studying the consequences of dissociation in ergodic theory, where this property admits an equivalent reformulation. Finally, I introduce a non-locally compact analogue of the so-called universal Burger-Mozes groups. Acting on the regular tree of countably infinite arity, these groups are obtained by prescribing a local action. Under the assumption that this local action is 2-transitive and oligomorphic, I classify the irreducible representations.